

Concursul Experior Ediția a VI-a

Baraj, 23.11.2013 Clasa a IX-a

Subiecte

(5p) 1) Se dă sistemul de relații (S) $\begin{cases} \{1+x\} = \{1-x\} \\ |x-5| \leq 4 \end{cases}$.

Calculați suma soluțiilor sistemului (S).

(4p) 2) Fie funcția $f: \mathbb{Z}^* \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \left[\frac{1}{x} \right]$, unde $[t]$ reprezintă partea întreagă

a lui $t \in \mathbb{R}$. Calculați

$f(-n) + f(-n+1) + f(-n+2) + \dots + f(n-1) + f(n)$.

Se acordă 1p din oficiu. Timp de lucru 1h.

Barem de corectare

Pb1.

$ x-5 \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x-5 \leq 4 \Rightarrow x \in [1,9]$	1p
$\{1+x\} = \{1-x\} \Rightarrow \{x\} = \{-x\}$ Conform definiției părții întregi	1p
$\left. \begin{matrix} \{x\} = x - [x] \\ \{-x\} = -x - [-x] \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2x = [x] - [-x] \in \mathbb{Z} \quad (1)$	1p
Din (1) $\Rightarrow x \in \mathbb{Z}$ sau $\{x\} = 0,5$. Soluțiile $\in \{1; 1,5; 2; \dots; 8,5; 9\}$	1p
Suma $= \frac{9 \cdot 10}{2} + \frac{8 \cdot 9}{2} + 8 \cdot 0,5 = 85$	1p

Pb2.

$x \leq -1 \Rightarrow \left[\frac{1}{x} \right] = -1 \Rightarrow f(x) = x$	2p
$x > 1 \Rightarrow \left[\frac{1}{x} \right] = 0 \Rightarrow f(x) = 0$	
$S = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1 + 1 + 0$	1p
$S = \frac{n \cdot (n+1)}{2} + 1$	1p